Uppgift 1

Ta med datorns hjälp reda på hur många primtal det finns i intervallet [1000,9999], som är sådana att talet är ett primtal även då det läses baklänges.

7187 och 7817 är två av dessa tal.

Definition: Ett primtal *p* är ett heltal som inte har några andra delare än 1 och *p*.

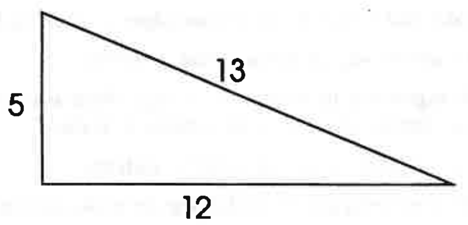
2011

Uppgift 2

Matematikern Heron levde i Alexandria omkring år 100 f.Kr. Han är mest känd för sin formel som bestämmer arean T till en triangel där längderna till sidorna a, b och c är givna

$$T = \sqrt{p\,(p-a)\,(p-b)\,(p-c)} \quad \text{där } p = \frac{a+b+c}{2}$$

Heronska trianglar kallas trianglar med heltalssidor och vars area och omkrets har samma mätetal.



1 10, 2, 6

Triangeln i figuren är en sådan eftersom omkretsen är 30 l.e. och arean beräknas till 30 a.e. W. A. Whitworth och D. Biddle visade 1904 att det endast finns ett ändligt antal *heronska trianglar*.

Skriv ett program som listar sidornas längder för samtliga *heronska trianglar*.

Ledtråd: Ingen av trianglarna har sidor vars längd överstiger 30 l.e.

Uppgift 3

En giftaslysten ungkarl hade hamnat i problem. Han skulle under fjorton dagar, i tur och ordning, presenteras för 10 unga mör som alla var villiga att gifta sig med honom. Eftersom vår ungkarl var besatt av Mammon, penningguden, såg han som sin främsta uppgift att välja till brud, kvinnan med den största hemgiften. Eftersom ett *nej* till någon av mörna var oåterkalleligt och eftersom han inte i förväg kände till deras förmögenhet, var han tvungen att finna en lönande strategi.

Hur många gånger kunde han förvänta sig att att en kvinna skulle presentera en summa, som var högre än alla tidigare? I tabellen nedan ser vi att rekordet har slagits fem gånger. Adolfinas summa ger första rekordet. Charlotta tar över med 20 000 kr, som omedelbart slås av Dorotea. Fjärde gången rekordet slås är det av Gunhild. Till sist blir det Ingeborg som vinner. När vår ungkarl grubblat ett tag över problemet tog han fram sin dator och lät simulera händelsen. När han på detta sätt fick reda på hur många rekord som var vanligast beslöt han sig för att handla efter detta råd.

Adolfina	Berta	Charlotta	Dorotea	Emma	Fredrika	Gunhild	Henrietta	Ingeborg	Johanna
5 200	3 800	20 000	34 500	7 700	10 600	37 600	21 300	41 000	8 900

Skriv nu ett program som simulerar kvinnornas förmögenhet och för ett antal sådana försök bestämmer hur många gånger rekordet slås. Programmet ska som indata ta emot **antal mör** (max 100) och **antal försök** och presentera ett förväntat värde, med tre decimaler, för hur många gånger ett rekord slås med det givna antalet mör.

Uppgift 4

Ole Dole Doff
Kinke Lane Koff
Koffe Lane, Binke Bane
Ole Dole Doff.
Ärtan Pärtan Piff, Ärtan Pärtan Paff
Similimaka, Kuckelikaka
Ärtan Pärtan Poff

Detta är en gammal känd ramsa som under långa tider använts av barn, för att välja ut vem som skulle *ha den* när man lekte kull eller vem som skulle *stå* då man lekte kurragömma.

Barnen bildade en ring, där den som räknade, för varje ord i ramsan flyttade fingret från ett barn till nästa runt ringen. När ramsan tog slut fick det utpekade barnet lämna ringen. Ramsan lästes på nytt med början på det barn som stod omedelbart efter den uträknade. Denna procedur fortsatte så tills endast ett barn återstod, det utvalda.

Skriv nu ett program som frågar efter **antalet ord** i ramsan (ska alltså kunna varieras för att passa andra ramsor) och **antalet barn** i ringen (max 100). Programmet ska så bestämma vilket nummer i ringen det sist återstående barnet har. Den plats i ringen där räknandet börjar har nummer 1.

Uppgift 5

Det finns idag flera program, som kan köras på persondatorer, med förmågan att lösa matematiska uppgifter rent symboliskt. Vill man ha reda på derivatan för en funktion skriver man kanske D(sin(x)+cos(x)), och datorn svarar med cos(x)-sin(x).

Skriv nu ett program i denna anda, som läser in en sträng (max 80 tecken) bestående av en förstagradsekvation och som tolkar, löser och till sist skriver ut svaret på formen x=.

Förutsättningar:

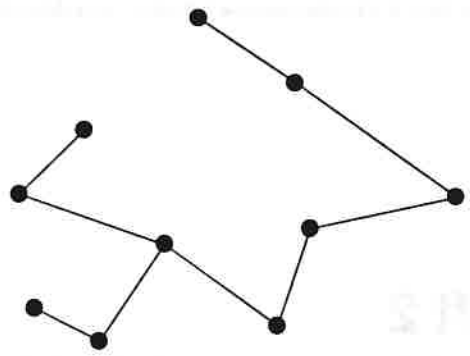
- ☐ Programmet får förutsätta att ekvationen är korrekt inskriven enligt de regler som ges nedan.
- ☐ Ekvationssträngen får endast innehålla följande tecken [0..9, +, -, =, x]
- ☐ Ekvationssträngen består av ett vänsterled (VL) och ett högerled (HL) som skiljs åt av ett = (likhetstecken).
- ☐ HL och VL består av x-termer eller konstanttermer. Mellan dessa termer finns någon av operatorerna + (addition) eller - (subtraktion). HL och VL måste bestå av minst en term.
- ☐ En x-term består av ett heltal i intervallet [0,999] omedelbart följt av bokstaven x (gement, litet). En x-term kan också bestå av enbart bokstaven x.
- ☐ En konstantterm består av ett heltal i intervallet [0,999].

Några exempel:

`x+34-3x=23x+43`	korrekt
`1+1+1+1+x+x+x+x=0`	korrekt
`0=789x-789`	korrekt
`-2x+2=24x+100`	felaktig, en term får inte ha unärt tecken
`23+4x+-12=0`	felaktigt, av samma anledning som ovan
`2x + 4 - 3x = 0`	felaktigt, strängen får inte innehålla mellanslag
`2x+3+23+45`	felaktigt, strängen saknar likhetstecken och bildar därför ingen ekvation
`=2x+45`	felaktigt, varken VL eller HL får vara tomt
`1234x+10=23`	felaktigt, x-termen har för stor heltalskoefficient

Uppgift 6

Nedan presenteras en karta över 10 städer. Man önskar förbinda städerna med ett vägnät på ett så ekonomiskt sätt som möjligt. Man vill minimera den sammanlagda vägsträckan. En väg dras alltid rätlinjigt mellan två städer.



Skriv ett program som tar emot uppgift om **antalet städer** (max 50) och **deras koordinater**. Vi kan för enkelhet skull begränsa oss till heltalskoordinater, både för x och y, i intervallet [0,100].

Programmet ska sedan finna det kortaste vägnätet genom följande algoritm:

- ☐ Välj en stad A, vilken som helst.
- ☐ Sök reda på den stad B, som ligger närmast A.
- ☐ Förbind A och B med en väg.
- ☐ Sök upp den stad C, som ligger närmast någon av städerna A och B.
- ☐ Förbind C med en väg till närmaste stad, A eller B.
- ☐ Nu består vägnätet av tre städer och två vägar. Nästa stad som ska förbindas är den stad som ligger närmast någon av de tre städerna A, B eller C.
- ☐ Fortsätt denna procedur tills alla städer är anslutna.
- ☐ Resultatet presenteras genom att skriva ut den totala vägsträckan, med två decimaler.

I verkligheten kan man ibland finna ännu bättre lösningar än vad denna algoritm ger, genom att lägga in vägkorsningar eller knutpunkter på lämpliga platser på kartan. Detta problem kallas *Steiner tree problem* och väntar fortfarande på sin fullständiga lösning. Det är alltså inte tillåtet, att i denna uppgift, lägga till nya punkter på kartan!